

Grade 7 至 8 数学综合提升课程教学计划

AoPS Prealgebra Singapore Math AMC 8

12 周教师执行版 每周 1 次 每次 45 分钟

课程定位

本课程面向 Grade 7 至 8 学生，以 AoPS Prealgebra 的问题驱动学习为主线，使用新加坡数学的模型、图示和多重表征帮助学生建立稳固概念，再通过 AMC 8 风格问题训练灵活迁移、策略选择与限时表达。课程兼顾校内基础、代数准备和竞赛思维，不以机械刷题或背公式为中心。

课程对学生的收益

能力领域	主要收益	可观察表现
代数基础	理解变量、等式、比例和函数关系	能从情境建立表达式并解释每一步
数感与运算	提升整数、分数、小数、百分数的准确性与效率	能估算、心算并检查答案合理性
模型思维	用条形图、数轴、表格和图形表示关系	能在图像、语言和符号之间转换
竞赛解题	训练分类讨论、逆向推理、极端情形和排除法	能识别题型但不依赖固定套路
数学表达	形成读题、计划、论证和复盘习惯	能完整讲解方法并比较不同解法

课程结构与学习目标

项目	设置
对象	Grade 7 至 8；适合 Prealgebra 基础至 AMC 8 入门学生
课时	12 周；每周 1 次；每次 45 分钟
主线	AoPS Prealgebra 概念与问题解决
具象支持	新加坡数学条形图、数轴、表格、面积模型和 CPA 迁移
挑战	AMC 8 风格原创题及历年题型分类训练
建议班型	4 至 8 人；按基础设置 Core 与 Advanced 任务

结课目标

- 熟练处理整数、分数、小数、比例、百分数和指数运算。
- 能建立并求解一元一次方程与基础不等式。
- 能使用比率、比例、单位率和百分数解决应用题。
- 掌握基础数论、计数、概率与几何中的常用推理工具。
- 形成 AMC 8 的读题、取舍、估算、排除、检查与时间管理流程。

标准 45 分钟课堂结构

环节	时间	任务
心算与旧知检索	5 分钟	分数感、估算、整数运算或短测
AoPS 问题导入	10 分钟	先做后讲；提出猜想与比较方法
新加坡模型建构	8 分钟	用条形图、数轴、表格或面积模型解释概念
核心练习	9 分钟	完成 2 至 3 道分层题并纠正常见错误
AMC 8 挑战	10 分钟	限时独立作答、同伴核查、策略讲评
Exit Ticket	3 分钟	一题检查本周目标并记录错因

12 周课程总览

周	核心主题	AoPS 重点	新加坡数学支持	AMC 8 训练
1	整数与运算结构	负数、绝对值、运算顺序	双数轴与温度模型	估算与数字谜
2	因数倍数与整除	质因数分解、GCD、LCM	因数树与分组模型	整除性与余数
3	分数与有理数	等值、四则、复杂分数	面积模型与数轴	分数比较与最值
4	比率比例与单位率	比例表、缩放、速度	条形图与双数轴	比例应用与混合
5	百分数与变化率	折扣、增长、连续变化	100 格与条形图	利润、折扣与反推
6	代数式与方程	变量、分配律、合并同类项	天平与条形图	方程建模与数字题
7	不等式与坐标	解集、数轴、坐标变化	数轴与输入输出表	范围、路径与约束
8	指数平方根与规律	指数律、平方数、科学记数	面积模型与模式表	末位、周期与规律
9	几何与测量	角、三角形、四边形、圆	分割拼合与面积模型	周长面积及阴影
10	数论进阶	余数、奇偶性、末位循环	余数表与分类图	同余直觉与构造
11	计数与概率	系统列表、补集、简单概率	树状图与表格	不重不漏与期望
12	AMC 8 综合策略	跨主题迁移与复盘	自主选择模型	模拟闯关与讲题

分层原则

维度	Core 任务	Advanced 任务
计算	保证准确并说出依据	比较策略并追求简洁
代数	一步至两步方程	含参数、分式或逆向建模
应用题	单一关系与图示	多条件、隐含关系与多解
AMC 8	完成前 15 题难度	挑战中后段题及限时取舍
表达	写出关键步骤	给出完整论证或第二种方法

第 1 至 2 周详细教案

第 1 周 整数与运算结构

项目	内容
学习目标	建立整数数轴和绝对值意义；用结构简化运算。
热身	整数快算与估算
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	从温度或海拔情境画双向数轴，再抽象成算式。
AMC 8 挑战	数字填空、最接近值与运算顺序陷阱
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	比较-7 与-3 并解释；一道错因记录
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 2 周 因数倍数与整除

项目	内容
学习目标	用质因数分解理解因数、倍数、GCD 与 LCM。
热身	整除规则快答
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	用分组与数组解释公因数，用周期表解释公倍数。
AMC 8 挑战	排队周期、余数与最小条件
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	求两个数的 GCD 和 LCM 并说明关系
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 3 至 4 周详细教案

第 3 周 分数与有理数

项目	内容
学习目标	灵活比较与运算分数，避免只背通分步骤。
热身	基准分数与补 1
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	面积模型、数轴和符号三种表示互相转换。
AMC 8 挑战	复杂分数、最值与单位分数
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	比较两个分数并给出两种理由
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 4 周 比率比例与单位率

项目	内容
学习目标	理解单位率、比例关系与缩放。
热身	单位率心算
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	用比例表、双数轴和条形图解决速度与配比。
AMC 8 挑战	地图缩放、混合与工作率入门
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	画模型解一道比例题
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 5 至 6 周详细教案

第 5 周 百分数与变化率

项目	内容
学习目标	理解百分数是比率并处理增加与减少。
热身	10%、5%、1%心算
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	用 100 格和条形图表示原量、变化量与新量。
AMC 8 挑战	折扣、利润、连续变化与反推
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	解释为什么先涨后降相同百分比不回原值
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 6 周 代数式与方程

项目	内容
学习目标	从情境建立代数式并解方程。
热身	分配律与逆运算
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	用天平和条形图呈现等量关系，再转为方程。
AMC 8 挑战	年龄题、数字题与隐藏变量
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	列方程并检查解是否符合情境
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 7 至 8 周详细教案

第 7 周 不等式与坐标

项目	内容
学习目标	理解不等式解集及坐标关系。
热身	整数区间快答
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	用数轴表示边界，用表格观察坐标变化。
AMC 8 挑战	范围、最短路径与约束条件
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	画出一个不等式解集
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 8 周 指数平方根与规律

项目	内容
学习目标	理解指数、平方根和周期模式。
热身	平方数与幂快答
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	用正方形面积和模式表建立平方与平方根。
AMC 8 挑战	末位循环、数列与科学记数
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	预测幂的末位并说明周期
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 9 至 10 周详细教案

第 9 周 几何与测量

项目	内容
学习目标	整合角度、周长、面积和图形分割。
热身	角度与常用面积公式检索
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	通过剪拼和面积模型推导而非死记公式。
AMC 8 挑战	阴影面积、重叠与比例缩放
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	用分割法完成一道面积题
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 10 周 数论进阶

项目	内容
学习目标	运用奇偶、余数和末位进行构造与证明。
热身	余数分类快答
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	建立余数表，比较不同分类下的稳定规律。
AMC 8 挑战	整除、末位、构造与反证入门
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	写出一个余数规律及验证
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 11 至 12 周详细教案

第 11 周 计数与概率

项目	内容
学习目标	有序计数并理解基础概率。
热身	组合数感与补集
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	用树状图、表格和样本空间保证不重不漏。
AMC 8 挑战	路径、排列、补集概率
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	列出全部情况并说明完整性
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

第 12 周 AMC 8 综合策略

项目	内容
学习目标	综合选择模型和策略，建立个人错题分类。
热身	混合检索与估算
AoPS 探究	先由学生独立尝试核心问题，再比较至少两种方法并提炼可迁移策略。
新加坡数学模型	学生自主选用数轴、条形图、表格或面积模型。
AMC 8 挑战	20 题迷你模拟、取舍与讲题
分层	Core 使用提示卡或图示；Advanced 增加条件、证明或第二种方法。
Exit Ticket	完成复盘表并设定下一目标
家庭练习	20 至 30 分钟：基础巩固 4 题、挑战 2 题、错题复盘 1 题。

评价与实施建议

形成性评价

项目	占比	观察证据
概念理解与模型	30%	能解释关系并选择合适图示
计算与代数准确性	25%	步骤清楚、结果准确、会检验
AMC 8 问题解决	25%	策略选择、限时取舍与迁移
数学表达与合作	10%	讲解、提问及比较方法
错题复盘与作业	10%	能标注错因并完成二次解答

教师实施建议

- 每节课只选择一个核心概念做深，不把 AoPS 变成讲例题。
- 新加坡数学模型用于解释关系，不作为固定画图程序。
- AMC 8 题先分类思路，再讨论速度；避免只公布技巧答案。
- 每四周安排一次 10 分钟累计复习，并依据 Exit Ticket 调整分层。
- 错题按概念、计算、读题、策略和时间管理五类记录。

材料与备课

类别	建议
学生材料	方格纸、数轴、彩笔、小白板、直尺、计算记录本
教师材料	条形图模板、比例表、坐标网格、几何剪拼片、计时器
每周备课	1 道 AoPS 核心问题、1 个模型、3 道分层练习、2 道 AMC 8 挑战
课后反馈	记录本周策略、主要错因、准确率和下一步目标